

ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ РЕГИОНА С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ (НА ПРИМЕРЕ ЕВРЕЙСКОЙ АВТНОМНОЙ ОБЛАСТИ)

М.Ю. Хавинсон, Г.П. Неверова

Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, г. Биробиджан

Важным фактором социально-экономического развития региона является его демографическое состояние. Исследования в области моделирования комплексного регионального развития, опирающиеся на принципы системной динамики [8, 9], обуславливают необходимость построения динамической модели численности населения изучаемой территории. В работах [4, 5] показано, что региональные процессы ЕАО могут быть описаны при помощи метода системной динамики, который можно реализовать, в частности, в дифференциальной форме [6, 7].

Для анализа динамики численности населения ЕАО по когортам рассмотрены два непрерывных аналога модифицированной модели Левковича, описывающие годовые перетоки численности пятилетних когорт населения отдельной территории. Основными факторами, влияющими на численность, являются рождаемость и смертность, обуславливающие возрастное «движение» и динамику когорт, причем предполагается наличие линейной зависимости коэффициентов рождаемости и смертности от численности соответствующей когорты. В моделях рассмотрено 13 когорт, начиная от когорты 0-4 до 60-летних и старше. Динамика численности каждой когорты описывается отдельным уравнением:

$$\dot{x}_i = a_{i-1}x_{i-1} - b_i x_i,$$

где \dot{x}_i – прирост численности когорты, i – порядковый номер когорты, a_{i-1} – доля $(i-1)$ когорты, перешедшая в данном году в i когорту, b_i – доля убывших из i когорты, связанная со смертностью, переходом в следующую когорту и миграцией. Для когорты 0-4 уравнение имеет иной вид:

$$\dot{x}_1 = a_{14} \cdot x_4 + a_{15} \cdot x_5 + a_{16} \cdot x_6 + a_{17} \cdot x_7 + a_{18} \cdot x_8 - b_1 x_1.$$

Пополнение первой когорты происходит за счет новорожденных, это означает, что на прирост численности данной когорты будет влиять численность когорт детородного возраста. Коэффициенты a_{14} , a_{15} , a_{16} , a_{17} , a_{18} получены из известных соотношений численности новорожденных, приходящейся на соответствующую когорту детородного возраста, и численности самой соответствующей когорты (для обеих моделей):

$$\dot{x}_1 = 0,02 \cdot x_4 + 0,05 \cdot x_5 + 0,04 \cdot x_6 + 0,02 \cdot x_7 + 0,01 \cdot x_8 - 0,19 \cdot x_1.$$

В ходе исследования выяснено, что когорты 5-9 и 25-29 могут быть также хорошо описаны линейными дифференциальными уравнениями со свободным членом. В этом случае

коэффициенты уравнений для данных когорт приобретают несколько иной смысл. Свободный член означает тот прирост, который мог быть в когорте при отсутствии факторов убыли численности (смертности, миграции), коэффициент a_{i-1} включает смертность и миграцию для предыдущей когорты, b_i выражает долю убывших из рассматриваемой когорты.

В итоге, для линейной дифференциальной модели динамики численности когорт разработаны два варианта с различными коэффициентами (см. таблицу). В первом случае взяты коэффициенты дискретного аналога (модель 1), в другом варианте для когорт 5-9 и 25-29 введен свободный член, отражающий стабильный рост численности данных когорт (модель 2). По статистическим показателям, коэффициенту корреляции и средней ошибке аппроксимации, модели приемлемы и значимо не отличаются друг от друга (см. таблицу), координальное отличие состоит в стационарных значениях систем: в первом случае, численность всех когорт с течением времени стремится к нулю, во второй системе у каждой когорты есть ненулевое равновесное состояние (см. рисунок).

когорта	Средняя ошибка аппроксимации, %		Коэффициент корреляции		Коэффициенты моделей				
					Модель 1: $\dot{x}_i = a_{i-1}x_{i-1} - b_i x_i$		Модель 2: $\dot{x}_i = a_{i-1}x_{i-1} - b_i x_i + c$		
	Модель 1	Модель 2	Модель 1	Модель 2	a_{i-1}	b_i	a_{i-1}	b_i	c
0-4	3,49	3,52	0,86	0,86	-	-	-	-	-
5-9	0,05	0,95	0,97	0,98	0,19	0,23	-0,05	0,20	2,05
10-15	1,64	1,59	0,99	0,99	0,27	0,20	0,27	0,20	0
16-19	0,94	0,92	0,15	0,15	0,15	0,20	0,15	0,20	0
20-24	1,32	1,31	0,88	0,88	0,32	0,26	0,32	0,26	0
25-29	0,91	0,96	0,98	0,99	0,22	0,24	-0,01	0,18	3,23
30-34	2,48	2,39	0,95	0,95	0,30	0,35	0,32	0,35	0
35-39	2,79	2,85	0,98	0,98	0,19	0,23	0,19	0,23	0
40-44	0,26	0,28	0,94	0,94	0,22	0,24	0,22	0,24	0
45-49	0,84	0,84	0,94	0,94	0,29	0,31	0,29	0,31	0
50-54	1,79	1,78	0,98	0,98	0,25	0,26	0,25	0,26	0
55-59	4,95	4,95	0,84	0,84	0,24	0,33	0,24	0,33	0
60+	3,49	3,52	0,63	0,63	0,29	0,10	0,29	0,10	0

Таблица. Статистические показатели и коэффициенты моделей

Коэффициенты уравнений получены из соответствующих линейных регрессий (Δx_i заменено на \dot{x}_i [12, с.107]), составленных на официальных статистических данных по ЕАО за 1998-2006 гг. [2, 3].

По смыслу коэффициентов модели 1 ясно, что $b_i > a_i$. Это условие не выполняется для четырех когорт: 10-15, 20-24, 30-34 и 45-49. Несоответствие коэффициентов

полагаемому требованию для когорты 10-15 объясняется особенностью статистического учета данных (данная когорта, в отличие остальных, имеет шестилетний интервал). На динамику когорты 20-24 существенно влияют нелинейные социальные процессы в когорте 16-19, включающей студентов средних специальных, высших учебных заведений и призывников. В когортах 30-34 и 45-49 небольшое несоответствие в коэффициентах связано, возможно, с миграционной составляющей.

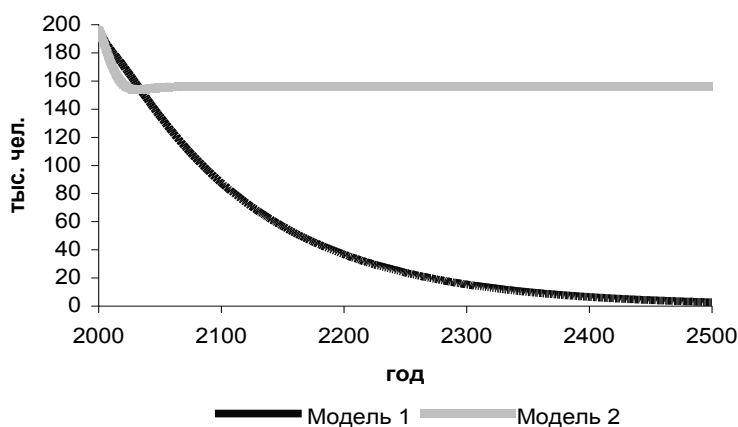


Рис. Динамика моделей

Отметим, что в целом коэффициенты линейной модели приемлемы, а следовательно, динамика численности когорт ЕАО может быть описана линейными дифференциальными уравнениями.

В результате исследования получены важные содержательные результаты. При сохранении существующих тенденций будет происходить медленное падение численности населения области, которое достигнет к 2050 году значения в 135 тыс. чел. Если при помощи демографической политики в области сохранить положительный прирост в когорте 25-29, то критического падения не произойдет, и численность населения достигнет в 2060 г. стационарного значения, равного 157 тыс. чел. Демографическую ситуацию в ЕАО можно изменить при помощи соответствующей политики. В настоящее время правительством области разработан ряд проектов для развития экономики ЕАО, в результате реализации которых может произойти некоторое изменение численности населения и «омоложение» возрастного состава населения области.

Список литературы

1. Гимельфарб А.А., Гинзбург Л.Р., Полуэктов Р.А., Пых Ю.А. Динамическая теория биологических популяций. – М.: Наука, 1974. – 456 с.
2. Неверова Г.П., Ревуцкая О.Л. К анализу демографической ситуации на базе оценки коэффициентов математической модели динамики численности населения Еврейской автономной области // Материалы III региональной школы-семинара молодых ученых, аспирантов и студентов «Территориальные исследования Дальнего Востока». – Биробиджан: ИКАРП ДВО РАН-ДВГСГА, 2005. – С. 105-108.
3. Неверова Г.П., Ревуцкая О.Л. Применение математического моделирования к анализу процесса воспроизводства населения Еврейской автономной области // Дальневосточная математическая школа-семинар им. Академика Е.В. Золотова. Тезисы докладов. – Владивосток: Дальнаука, 2006. – С. 75.
4. Фрисман Е.Я., Петров Г.И., Аносова С.В. Моделирование динамики регионального развития (на примере Еврейской автономной области) // Тезисы докладов XII Международной конференции “Математика. Компьютер. Образование.” (Пушино, 22-27 января 2007). – С. 237.
5. Фрисман Е.Я., Петров Г.И., Фишман Б.Е., Аносова С.В. Системный подход к моделированию регионального развития (на примере Еврейской автономной области) // Современные проблемы регионального развития: материалы I межрегион. науч. конф. Биробиджан, 17-20 октября 2006 г. - Хабаровск: ДВО РАН, 2006. – С. 243-246.
6. Фрисман Е.Я., Петров Г.И., Фишман Б.Е., Василенко В.С., Хавинсон М.Ю. О математическом моделировании региональной динамики факторов производства (на примере Еврейской автономной области) // Современные проблемы регионального развития: материалы I межрегион. науч. конф. Биробиджан, 17-20 октября 2006 г. / Под ред. А.Н. Махинова. - Хабаровск: ДВО РАН, 2006. – 246-248 с.
7. Хавинсон М.Ю. Модификация уравнений модели Форрестера для описания динамики фондов и численности занятых в экономике региона (на примере Еврейской автономной области) // Дальневосточная математическая школа-семинар им. Академика Е.В. Золотова. Тезисы докладов. - Владивосток: Дальнаука, 2006. – С. 101.
8. Forrester J. Urban Dynamics. Cambridge, Massachusetts, The MIT Press, 1969.
9. Forrester J. World Dynamics. Cambridge, Massachusetts, Wright Allen Press, Inc., 1971.