КЛАСТЕРИЗАЦИЯ В МОДЕЛЯХ МЕТАПОПУЛЯЦИЙ

Кулаков М.П.[1]

[1]*Институт комплексного анализа региональных проблем ДВО РАН, Биробиджан, Россия*
k_matvey@mail.ru

Аннотация: Данное исследование посвящено исследованию феномену кластеризации, возникающему в моделях миграционно-связанных популяций (метапопуляций). Показано, что формирование и трансформация кластеров имеет бифуркационную природу, а усложнение динамики реализуется через каскад удвоения периода и рождение сложной иерархии мультистабильных режимов.

1. Постановка задачи

Изучение сложной динамики распределенных популяций животных или метапопуляций часто приводит к необходимости использования в качестве моделей их динамики системы или решетки связанных отображений. Для чего, непрерывный плоский ареал представляется системой примыкающих друг к другу субареалов, с проживающими в них локальными популяциями (субпопуляциями), которые связанны между собой миграционными переходами. Динамика каждой локальной популяции может быть описана одномерным рекуррентным уравнением, а миграционная связь представлена аддитивными членами к каждому уравнению. В этом случае мгновенное значение численности каждой одиночной популяции складывается из динамики всех субпопуляций, с кем она непосредственно связана. В этом случае динамика метапопуляций будет намного более сложная, чем у одиночной локальной популяции или биологического сообщества. Такие системы способны демонстрировать как синхронную динамику между отдельными субпопуляциями или синхронную в большой группе субпопуляций, так и несинхронную между всеми локальными популяциями или несинхронную между группами. Вообще, образование групп синхронных элементов – доменов синхронной динамики, или кластеров является одним из интереснейших феноменов динамики связанных колебательных элементов. Исследованию этого явления и посвящена данная работа.

Если пронумеровать, каким либо образом, каждую локальную популяцию от 1 до N и через $x_n^{(i)}$ обозначить численность в i-м ($i=1,2,\dots,N$) очаге в дискретный момент времени n, то уравнения пространственной динамики распределенной популяционной системы можно записать в виде системы глобально-связанных отображений:

$$x_{n+1}^{(i)} = \sum_{j=1}^{N} m_{i,j}\, f\left(x_n^{(j)}\right) \quad (i=1,2,\dots,N), \tag{1}$$

где $0 \le m_{i,j} \le 1$ ($i \ne j$) – коэффициент миграции особей из j-й популяции в i-ю, $f(x)$ – функция локального воспроизводства в качестве которой рассматривалась унимодальная зависимость запас-пополнение Рикера: $f(x^{(i)}) = a^{(i)} x^{(i)} \exp(-x^{(i)})$, где $a^{(i)}$ – репродуктивный потенциал i-й популяции, то есть скорость её максимально возможного годового воспроизводства в отсутствии лимитирования. В случае, когда все субареалы равны, равными оказываются и соответствующие границы. Следовательно, все коэффициенты миграции оказываются равными m, кроме явно нулевых для несвязанных субпопуляций, и кроме $m_{i,i} = 1 - \sum_{j=1}^{N} m_{j,i}$. Коэффициент $m_{i,i}$ указывает на вклад локальной динамики, определяемой одиночным уравнением Рикера, в динамику i-го элемента после его взаимодействия со всеми остальными, и равен доли особей оставшихся в i-й субпопуляции после эмиграции.. В этом случае все $a^{(i)}$ в (1) также будут равны.

2. Результаты

При исследовании систем вида (1) очень важной оказывается задача описания условий и механизмов синхронизации и десинхронизации динамики каждой из ее фазовых переменных, а так же образование групп синхронных осцилляторов (кластеров). В ходе исследования системы (1) было обнаружено, что формирование подобных групп или кластеров однозначно, хотя и достаточно не тривиально, определяется начальным распределением особей по ареалу $x_0^{(i)}$ ($i = 1, 2, \ldots, N$). Изначально неравные плотности каждой субпопуляции не всегда приводят к формированию несинхронной динамики всех локальных популяций, а равные начальные плотности не гарантируют когерентной (полностью синхронной) динамики всех субпопуляций (Кулаков, 2015), особенно при различных видах связи (диссипативная или инерциальная) и их комбинациях (Кулаков, 2013).

На рисунке 1 приведены бассейны некоторых кластеров, возникающие в системе (1) пари фиксировании начальной точки в виде $X_0 = x_0^{(1)} = x_0^{(2)} = \ldots = x_0^{(70)} \neq Y_0 = x_0^{(71)} = x_0^{(72)} = \ldots = x_0^{(100)}$, т.е. исследуются два кластера, состоящие из 70 и 30 субпопуляций. Полученные области указывают на начальные условия, приводящие к той или иной динамики кластеров. Примечательно, что такие жестко зафиксированные начальные условия в некоторой части фазового пространства приводят к кластерам с иными размерами (рисунок 1*в*) или даже трем кластерам (рисунок 1*б*).

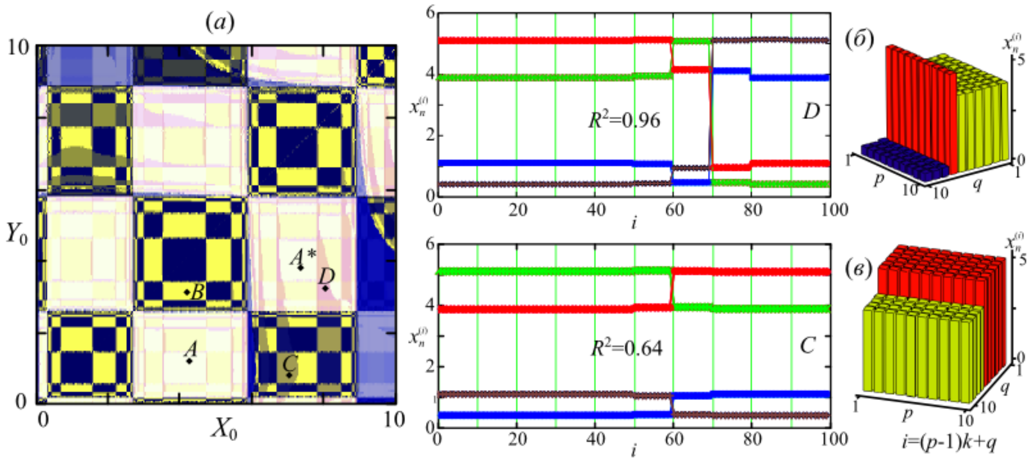

Рисунок 1 – (*а*) Бассейны притяжения некоторых фаз кластеризации системы (1) для ареала квадратной формы состоящей из 100 субпопуляций, (*б*-*в*) примеры динамики кластеров, при $a = 14$ и $m = 0.01$

Исследование сценариев потери устойчивости системы (1) показало, что формирование и трансформация кластеров имеет бифуркационную природу. Усложнение динамики идет через образование несинхронных режимов и их дальнейшее удвоение. В результате динамические режимы системы (1) представлены сложной иерархии мультистабильных режимов.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 14-01-31443 мол_а и № 15-29-02658 офи_м.

Литература

Кулаков М.П., Фрисман Е.Я. Бассейны притяжения кластеров в системах связанных отображений // Нелинейная динамика. 2015. Т. 11. № 1. С. 51-76.

Кулаков М.П., Аксенович Т.И., Фрисман Е.Я. Подходы к описанию пространственной динамики миграционно-связанных популяций: анализ синхронизации циклов // Региональные проблемы. 2013. Т. 16. № 1. С. 5-14.